

# I. GIẢI TÍCH

## BÀI TẬP LUYỆN TẬP (GIỚI HẠN DÃY SỐ)

### A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

GIỚI HẠN HỮU HẠN	GIỚI HẠN VÔ CỰC
<p><b>1. Giới hạn đặc biệt:</b></p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \quad ( q  < 1); \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} C = C$ <p><b>2. Định lí:</b></p> <p>a) Nếu <math>\lim u_n = a, \lim v_n = b</math> thì</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\lim (u_n + v_n) = a + b</math></li> <li><math>\lim (u_n - v_n) = a - b</math></li> <li><math>\lim (u_n \cdot v_n) = a \cdot b</math></li> <li><math>\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}</math> (nếu <math>b \neq 0</math>)</li> </ul> <p>b) Nếu <math>u_n \geq 0, \forall n</math> và <math>\lim u_n = a</math> thì <math>a \geq 0</math> và <math>\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}</math></p> <p>c) Nếu <math> u_n  \leq v_n, \forall n</math> và <math>\lim v_n = 0</math> thì <math>\lim u_n = 0</math></p> <p>d) Nếu <math>\lim u_n = a</math> thì <math>\lim  u_n  =  a </math></p> <p><b>3. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn</b></p> $S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q} \quad ( q  < 1)$	<p><b>1. Giới hạn đặc biệt:</b></p> $\lim \sqrt{n} = +\infty \quad \lim n^k = +\infty \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$ $\lim q^n = +\infty \quad (q > 1)$ <p><b>2. Định lí:</b></p> <p>a) Nếu <math>\lim  u_n  = +\infty</math> thì <math>\lim \frac{1}{u_n} = 0</math></p> <p>b) Nếu <math>\lim u_n = a, \lim v_n = \pm\infty</math> thì <math>\lim \frac{u_n}{v_n} = 0</math></p> <p>c) Nếu <math>\lim u_n = a \neq 0, \lim v_n = 0</math> thì <math>\lim \frac{u_n}{v_n} = \begin{cases} +\infty &amp; \text{nếu } a \cdot v_n &gt; 0 \\ -\infty &amp; \text{nếu } a \cdot v_n &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>d) Nếu <math>\lim u_n = +\infty, \lim v_n = a</math> thì <math>\lim (u_n \cdot v_n) = \begin{cases} +\infty &amp; \text{nếu } a &gt; 0 \\ -\infty &amp; \text{nếu } a &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>* Khi tính giới hạn có một trong các dạng vô định: <math>\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty</math> thì phải tìm cách khử dạng vô định.</p>

## B. BÀI TẬP

### DẠNG 1: TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH NGHĨA

#### Phương pháp:

- Để chứng minh  $\lim u_n = 0$  ta chứng minh với mọi số  $a > 0$  nhỏ tùy ý luôn tồn tại một số  $n_a$  sao cho  $|u_n| < a \quad \forall n > n_a$ .
- Để chứng minh  $\lim u_n = l$  ta chứng minh  $\lim (u_n - l) = 0$ .
- Để chứng minh  $\lim u_n = +\infty$  ta chứng minh với mọi số  $M > 0$  lớn tùy ý, luôn tồn tại số tự nhiên  $n_M$  sao cho  $u_n > M \quad \forall n > n_M$ .
- Để chứng minh  $\lim u_n = -\infty$  ta chứng minh  $\lim (-u_n) = +\infty$ .
- Một dãy số nếu có giới hạn thì giới hạn đó là duy nhất.

### DẠNG 2: TÌM GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ DỰA VÀO CÁC ĐỊNH LÝ VÀ CÁC GIỚI HẠN CƠ BẢN

#### Phương pháp:

- Sử dụng các định lí về giới hạn, biến đổi đưa về các giới hạn cơ bản.
- Khi tìm  $\lim \frac{f(n)}{g(n)}$  ta thường chia cả tử và mẫu cho  $n^k$ , trong đó  $k$  là bậc lớn nhất của tử và

mẫu.

• Khi tìm  $\lim \left[ \sqrt[k]{f(n)} - \sqrt[m]{g(n)} \right]$  trong đó  $\lim f(n) = \lim g(n) = +\infty$  ta thường tách và sử dụng phương pháp nhân lượng liên hợp.

+ Dùng các hằng đẳng thức:

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b; \quad (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a - b$$

• Dùng định lý kẹp: Nếu  $|u_n| \leq v_n, \forall n$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim u_n = 0$

**Khi tính các giới hạn dạng phân thức, ta chú ý một số trường hợp sau đây:**

- Nếu bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó bằng 0.
- Nếu bậc của tử bằng bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó bằng tỉ số các hệ số của lũy thừa cao nhất của tử và của mẫu.
- Nếu bậc của tử lớn hơn bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó là  $+\infty$  nếu hệ số cao nhất của tử và mẫu cùng dấu và kết quả là  $-\infty$  nếu hệ số cao nhất của tử và mẫu trái dấu.

## ĐỀ BÀI

**Câu 1:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1}$  có giới hạn bằng

- A. 5.    B. 3.    C. 0.    D. 1.

**Câu 2:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{\sin n}{n\sqrt{n} + 1}$  có giới hạn bằng

- A. 1.    B. -1.    C.  $\pm 1$ .    D. 0.

**Câu 3:** Cho dãy  $(u_n)$  xác định bởi  $|u_n| < \frac{1}{n^4}$ . Khi đó  $(u_n)$  có giới hạn là

- A.  $\frac{1}{2}$ .    B.  $-\frac{1}{2}$ .    C. 0.    D. 1.

**Câu 4:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}}$  có giới hạn bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .    B.  $-\frac{1}{2}$ .    C. 0.    D. 1.

**Câu 5:** Cho dãy số  $u_n$  với  $u_n = (n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim u_n$  là:

- A.  $-\infty$ .    B. 0.    C. 1.    D.  $+\infty$ .

**Câu 6:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1 + \cos n^2}{2n+1}$  có giới hạn bằng

- A. 0.    B. 1.    C.  $\frac{1}{2}$ .    D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 7:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 4(\sqrt{4n^2+1} - n)$  có giới hạn bằng

- A. 1.    B. -1.    C.  $\sqrt{2}$ .    D. 0.

**Câu 8:** Cho dãy  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{(-1)^n \sin n^2 + \cos n}{2\sqrt[3]{n} + 1}$ . Dãy đã cho có giới hạn là

- A. 1.                                      B. 0.                                      C.  $\frac{1}{4}$ .                                      D.  $\frac{1}{64}$ .

**Câu 9:** Cho  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$  và  $b_n = \frac{1}{n}$ . Khi đó:

- A.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = -\infty$ .                                      B. Không tồn tại giới hạn của dãy  $\frac{a_n}{b_n}$ .  
C.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = -1$ .                                      D.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$ .

**Câu 10:** Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A.  $\lim \frac{3+2n^3}{2n^2-n^3+1}$ .                                      B.  $\lim \frac{2n^2-3}{-2n^3-4}$ .                                      C.  $\lim \frac{2n-3n^2}{-2n^2-1}$ .                                      D.  $\lim \frac{2n^2-3n^3}{-2n^3+n^2}$ .

**Câu 11:**  $\lim \left( \frac{n^2-n}{1-2n^2} + \frac{2\sin n^2}{\sqrt{n}} \right)$  bằng

- A. -1.                                      B. 1.                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 12:** Giới hạn  $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+2}$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 13:**  $\lim \left( 4 + \frac{(-1)^n}{n+1} \right)$  bằng

- A. 1.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 2.

**Câu 14:** Cho  $u_n = \frac{n+\sqrt{n} \sin 2n}{2n}$ , khi đó  $\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B. 0.                                      C. -1.                                      D. 1.

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = (-1)^n \frac{n+1}{n^2+n-1}$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A.  $\lim u_n = 0$ .                                      B.  $\lim u_n = 0$  không tồn tại.  
C.  $\lim u_n = -2$ .                                      D.  $\lim u_n = 1$ .

**Câu 16:** Cho  $u_n = \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$  thì  $\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B. 0.                                      C. -1.                                      D. 1.

**Câu 17:**  $\lim \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3}$                       B. 1                      C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 18:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $\frac{1}{5}$ ?

- A.  $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 5}$       B.  $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$       C.  $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5n^2}$       D.  $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5}$

**Câu 19:** Tìm  $\lim \frac{\sqrt{9n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$ .

- A. 2.                      B. 1.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 20:** Cho  $u_n = \frac{2^n + 5^n}{5^n}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng

- A. 0                      B.  $\frac{7}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D. 1

**Câu 21:** Tính  $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n + 1}}{4n - 2}$ . Kết quả là:

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C. 0                      D. 3

**Câu 22:**  $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n+1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng:

- A.  $+\infty$                       B. 1                      C. 0                      D.  $-\infty$

**Câu 23:** Nếu  $\lim u_n = L$  ( $L \in \mathbb{R} \setminus -8$ ) thì  $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{u_n + 8}}$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 2}}$                       B.  $\frac{1}{\sqrt{L + 8}}$                       C.  $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 8}}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{L + \sqrt{8}}}$

**Câu 24:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3 + 5n^2 - 7}}{\sqrt{3n^2 - n + 2}}$  là: A.  $\frac{1}{3}$       B.  $-\infty$       C.  $+\infty$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

**Câu 25:** Gọi  $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots$ . Giá trị của S bằng

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

**Câu 26:** Cho  $\cos x \neq \pm 1$ . Gọi  $S = 1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots$ . S có biểu thức thu gọn

là: A.  $\sin^2 x$       B.  $\cos^2 x$       C.  $\frac{1}{\cos^2 x}$       D.  $\frac{1}{\sin^2 x}$

**Câu 27:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt[3]{n^3 + 1} - n$  có giới hạn bằng:

- A. -1                      B. 2                      C. 1                      D. 0

**Câu 28:**  $\lim \left( 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$  bằng:

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D. 0

**Câu 29:** Cho  $0 < |a|, |b| < 1$ . Khi đó  $\lim \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}$  bằng:

- A. 1                      B. 0                      C.  $\frac{b-1}{a-1}$                       D.  $\frac{1+a}{1+b}$

**Câu 30:**  $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{2n^2}$  bằng bao nhiêu? A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $+\infty$       D. 0

**Câu 31:** Tổng của cấp số nhân vô hạn  $\frac{1}{3}; -\frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; -\frac{1}{3^4}; \dots$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $-\frac{1}{4}$                       D. 0

**Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 33:** Giới hạn dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3n-n^4}{4n-5}$  là A.  $-\infty$ . B.  $+\infty$ . C.  $\frac{3}{4}$ . D. 0.

**Câu 34:**  $\lim (n - \sqrt[3]{8n^3 + 3n + 2})$  bằng .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. -1.                      D. 0.

**Câu 35:** Chọn kết quả đúng của  $\lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n}$  ..

- A. 5.                      B.  $\frac{2}{5}$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 36:** Giá trị đúng của  $\lim (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2})$  là .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 37:**  $\lim \sqrt[5]{200 - 3n^5 + 2n^2}$  bằng .

- A. 0.                      B. 1.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\infty$ .

**Câu 38:**  $\lim \frac{(3n^2 - 1)(-2n^3 - 3)^4}{(-2n^4 - 1)^3}$  bằng .

- A. -6.                      B. 6.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\infty$ .

**Câu 39:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 1$ ,  $u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} - 2n + 3$  với mọi  $n \geq 2$ . Tìm giới hạn của dãy số  $(u_n)$ . A. 0.      B.  $+\infty$ . C.  $-\infty$ .      D. 1.

**Câu 40:**  $\lim \frac{2^n - 3^n}{2^n + 1}$  bằng A.  $-\frac{3}{2}$ .      B. 0.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

**Câu 41:**  $\lim \frac{-5^{n+1} - 1}{3^{n+2} + 1}$  bằng . A.  $-\infty$ .      B. 1.      C. 0.      D.  $+\infty$ .

**Câu 42:**  $\lim \frac{5 + 5^3 + 5^5 + \dots + 5^{2n+1}}{3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{2n+3}}$  bằng A. 0.      B. 1.      C.  $+\infty$ .      D.  $-\infty$ .

## II. HÌNH HỌC

### BÀI TẬP LUYỆN TẬP (VÉC TƠ TRONG KHÔNG GIAN)

#### A. CÂU HỎI

##### DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1.** (THPT Chuyên ĐHSPT-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện  $ABCD$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$ ?  
A. 12.                      B. 4.                      C. 10.                      D. 8.
- Câu 2.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?  
A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.  
B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
C. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
D. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .
- Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
A. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
B. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một vectơ  $\vec{0}$  thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
C. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
D. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**.  
A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng thì có  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$  với  $m, n$  là các số duy nhất.  
B. Ba vectơ không đồng phẳng khi có  $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$  với  $\vec{d}$  là vectơ bất kì.  
C. Ba vectơ đồng phẳng là ba vectơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.  
D. Ba vectơ đồng phẳng là ba vectơ cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Câu 5.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?  
A. Nếu  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng thì từ  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$  ta suy ra  $m = n = p = 0$ .  
B. Nếu có  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ , trong đó  $m^2 + n^2 + p^2 > 0$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.  
C. Với ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  ta có  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.  
D. Nếu giá của  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng quy thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.

##### DẠNG 2. ĐẲNG THỨC VÉC TƠ

- Câu 6.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB'$  và  $CD'$ . Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?  
A.  $\vec{AI} = \vec{CJ}$ .                      B.  $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$ .                      C.  $\vec{BI} = \vec{D'J}$ .                      D.  $\vec{A'I} = \vec{JC}$ .
- Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?  
A.  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ .                      B.  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ .  
C.  $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$ .                      D.  $\vec{AB} = \vec{CD}$ .
- Câu 8.** (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ .

C.  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .      D.  $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ; Đẳng thức nào **sai**?

A.  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$ .      B.  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$ .

C.  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$ .      D.  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$ .

**Câu 10.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A.  $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$ .      B.  $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$ .

C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$ .      D.  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vector đúng:

A.  $\vec{AC}' = \vec{AB} + \vec{AB}' + \vec{AD}$ .      B.  $\vec{DB}' = \vec{DA} + \vec{DD}' + \vec{DC}$ .

C.  $\vec{AC}' = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$ .      D.  $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD}' + \vec{DC}$ .

**Câu 12.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biểu thức nào sau đây đúng:

A.  $\vec{A'D} = \vec{A'B} + \vec{A'C}$ .      B.  $\vec{AB}' = \vec{AB} + \vec{AA}' + \vec{AD}$ .

C.  $\vec{AC}' = \vec{AB} + \vec{AA}' + \vec{AD}$ .      D.  $\vec{AD}' = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AC}'$ .

**Câu 13.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{CB} + \vec{AD}$ .      B.  $2\vec{MN} = \vec{AB} + \vec{DC}$ .

C.  $\vec{AD} + 2\vec{MN} = \vec{AB} + \vec{AC}$ .      D.  $2\vec{MN} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$ .      B.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$ .

C.  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .      D.  $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$ .

**Câu 15.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng  $AB$ ?

A.  $\vec{A'B'}$ .      B.  $\vec{A'C}$ .      C.  $\vec{A'C'}$ .      D.  $\vec{A'B}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABC$ , gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Ta có

A.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG}$ .      B.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 2\vec{SG}$ .

C.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$ .      D.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 4\vec{SG}$ .

**Câu 17.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$ .

C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{JI}$ .      D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = -2\vec{JI}$ .

**Câu 18.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABCA'B'C'$ . Đặt  $\vec{AA}' = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}, \vec{BC} = \vec{d}$ . Trong các biểu thức vector sau đây, biểu thức nào **đúng**.

A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      B.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .      C.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .

**Câu 19.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là:

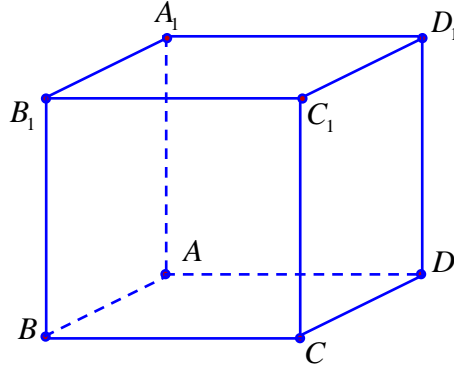
A.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .

C.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .      D.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

- Câu 20.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là vectơ nào dưới đây?
- A.  $\overrightarrow{D'C'}$ .                      B.  $\overrightarrow{BA}$ .                      C.  $\overrightarrow{CD}$ .                      D.  $\overrightarrow{B'A'}$ .

**DẠNG 3. PHÂN TÍCH VEC TƠ THEO CÁC VEC TƠ CHO TRƯỚC**

- Câu 21** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  ( Tham khảo hình vẽ bên ).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$ .      B.  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .      D.  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ .
- Câu 22.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      B.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .  
 C.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .      D.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- Câu 23.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  Gọi I là điểm thuộc đường thẳng  $CC'$  sao cho  $C'I = 3C'C$ , G điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = 0$ . Biểu diễn vectơ  $\overrightarrow{IG}$  qua các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?
- A.  $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$ .                      B.  $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$ .  
 C.  $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$ .      D.  $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left( \vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$
- Câu 24.** (Thi thử THPT lần 2-Yên Dũng 2-Bắc Giang) Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  với G là trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ .  
 Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Khi đó  $\overrightarrow{AG}$  bằng
- A.  $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$ .      B.  $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$ .      C.  $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$ .      D.  $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$
- Câu 25.** Cho tam giác  $x=1, x=-3$ . có  $AB = 2$ ;  $AC = 5$ , gọi AD là phân giác trong của góc A (D thuộc cạnh BC). Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$ .      B.  $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AD} = \frac{-5}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$ .      D.  $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$ .
- Câu 26.** (HÔNG QUANG - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ , gọi M là trung điểm cạnh bên  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A.  $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ . B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ . C.  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ . D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ .

**Câu 27.** (THPT NAM TRỰC - NAM ĐỊNH - 2018) Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ . B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$ . C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ . D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .

**Câu 28.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đặt  $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ . B.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ . D.  $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Câu 29.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tâm  $O$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$ ,  $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$ ,  $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$ . B.  $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$ .

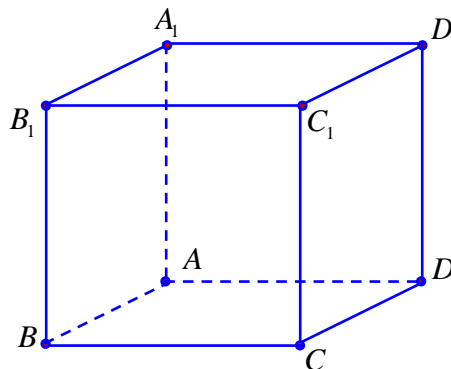
C.  $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$ . D.  $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$ .

**Câu 30.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

A.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  B.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  C.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

#### DẠNG 4. ĐIỀU KIỆN ĐỒNG PHẪNG CỦA 3 VÉC TƠ

**Câu 31.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  (Tham khảo hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Các véc tơ  $\overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}$  đồng phẳng. B. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.

C. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AC}$  đồng phẳng. D. Các véc tơ  $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$  đồng phẳng.

**Câu 32.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng. B.  $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$  đồng phẳng. D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$  đồng phẳng.

**Câu 33.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I$  và  $K$  lần lượt là tâm của hình bình hành  $ABB'A'$  và  $BCC'B'$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Bốn điểm  $I, K, C, A$  đồng phẳng. B.  $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$ .

C. Ba vector  $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$  không đồng phẳng. D.  $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$ .

**Câu 34.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 35.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Bộ 3 vector nào sau đây đồng phẳng:

A.  $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$ .

B.  $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ .

C.  $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{C'D}, \overrightarrow{A'B'}$ .

D.  $\overrightarrow{B'D}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}$ .

**Câu 36.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Ba vector nào đồng phẳng:

A.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ .

C.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ .

D.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 37.** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m+n+p=0$  và  $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ .

B. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m+n+p \neq 0$  và  $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ .

C. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ .

D. Giá của  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng qui.

**Câu 38.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$  đồng phẳng.

B. Các vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

C. Các vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$  không đồng phẳng.

D. Các vector  $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

**Câu 39.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?

A. Vì  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  cùng thuộc một mặt phẳng.

B. Vì  $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$  nên  $N$  là trung điểm của đoạn  $MP$ .

C. Vì  $I$  là trung điểm của đoạn  $AB$  nên từ một điểm  $O$  bất kì ta có  $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ .

D. Từ hệ thức  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$  ta suy ra ba vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.

**Câu 40.** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Các vector  $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}, \vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$  đồng phẳng.

B. Các vector  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$  đồng phẳng.

C. Các vector  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$  đồng phẳng.

D. Các vector  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}, \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$  đồng phẳng.

## ĐÁP ÁN( GIỚI HẠN DÃY SỐ)

**Câu 1:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1}$  có giới hạn bằng

A. 5 .

B. 3 .

**C. 0 .**

D. 1 .

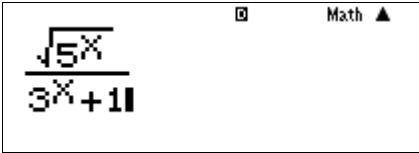
**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

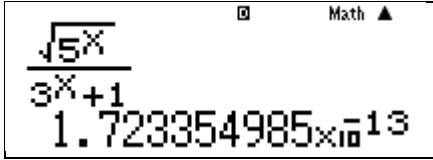
**Cách 1 :** có  $0 < u_n = \frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1} < \frac{(\sqrt{5})^n}{3^n} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^n; \forall n$

Lại có  $\lim\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^n = 0$  nên theo định lý kẹp có  $\lim\frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1} = 0$ .

**Cách 2 :** sử dụng máy tính bỏ túi

Nhập 

Nhấn CALC, nhập  $10^2$  có



Vậy có  $\lim\frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1} = 0$ .

**Câu 2:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{\sin n}{n\sqrt{n} + 1}$  có giới hạn bằng

A. 1 .

B. -1 .

C.  $\pm 1$  .

**D. 0 .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

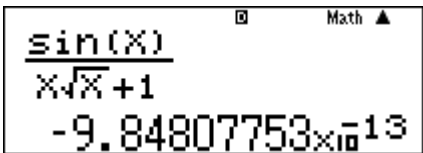
**Cách 1 :**

Vì  $\left|\frac{\sin n}{n\sqrt{n} + 1}\right| = \frac{|\sin n|}{n\sqrt{n} + 1} < \frac{1}{n}$  nên có  $|u_n| < 0,01$  kể từ số hạng 101

Và  $|u_n| < 0,000001$  kể từ số hạng 1000001.

Hay  $|u_n|$  nhỏ hơn 1 số dương bé tùy ý kể từ một số hạng nào đó. Vậy  $\lim u_n = 0$ .

**Cách 2 :** Sử dụng máy tính bỏ túi . Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^8$  . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần 0 nên chọn đáp án D.



**Câu 3:** Cho dãy  $(u_n)$  xác định bởi  $|u_n| < \frac{1}{n^4}$ . Khi đó  $(u_n)$  có giới hạn là

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{2}$ .

C. 0.

D. 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Ta có  $|u_n| < \frac{1}{n^4}$ .

Khi đó  $|u_n| < \frac{1}{10000} = 0,0001$ , khi  $n=10$ , nên kể từ số hạng thứ 11 trở đi có  $|u_n| < 0,0001$

Theo định nghĩa có  $\lim u_n = 0$ .

**Câu 4:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}}$  có giới hạn bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{2}$ .

C. 0.

D. 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Cách 1.

$$\text{Có } |u_n| = \left| \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}} \right| < \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} < \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2^n}; \forall n$$

Mà  $\lim \frac{1}{2^n} = 0$  nên  $\lim u_n = 0$ .

**Cách 2,** Sử dụng máy tính bỏ túi Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^{20}$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần 0 nên chọn đáp án C.

**Câu 5:** Cho dãy số  $u_n$  với  $u_n = (n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim u_n$  là:

A.  $-\infty$ .

B. 0.

C. 1.

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Cách 1.

Ta có:  $\lim u_n = \lim (n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$

$$= \lim \sqrt{\frac{(n-1)^2 (2n+2)}{n^4 + n^2 - 1}} = \lim \sqrt{\frac{2n^3 - 2n^2 - 2n + 2}{n^4 + n^2 - 1}} = \lim \sqrt{\frac{\frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}}{1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^4}}} = 0.$$

Cách 2. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^{20}$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần đến 0.

The image shows a calculator screen with the following text: (X+1) √(2X+2 / (X^4+X^2-1)) and the result 1.414213562 × 10<sup>-10</sup>.

Do đó chọn B.

**Câu 6:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1 + \cos n^2}{2n+1}$  có giới hạn bằng

A. 0.

B. 1.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{2}{3}$ .

### Hướng dẫn giải

**Chọn A.**

Cách 1.

$$\text{Có } |u_n| = \left| \frac{1 + \cos n^2}{2n+1} \right| = \frac{|1 + \cos n^2|}{2n+1} < \frac{1}{2n+1} + \frac{|\cos n^2|}{2n+1} < \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+1} = \frac{2}{2n+1} < \frac{1}{n}; \forall n$$

Mà  $\lim \frac{1}{n} = 0$  nên  $\lim u_n = 0$ .

**Cách 2,** Sử dụng máy tính bỏ túi. Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^4$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần 0 nên chọn đáp án A

The image shows a calculator screen with the following text: (1+cos(X^2)) / (2X+1) and the result 5.867947491 × 10<sup>-5</sup>.

**Câu 7:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 4(\sqrt{4n^2+1} - n)$  có giới hạn bằng

A. 1.

B. -1.

C.  $\sqrt{2}$ .

D. 0.

### Hướng dẫn giải

**Chọn D.**

Từ  $\sqrt{4n^2+1} - n$ , ta nhân liên hợp với  $\sqrt{4n^2+1} + n$  thì được

$$u_n = 4 \frac{(\sqrt{4n^2+1} - 2n)(\sqrt{4n^2+1} + 2n)}{(\sqrt{4n^2+1} + 2n)} = \frac{4}{\sqrt{4n^2+1} + 2n} < \frac{4}{2n+2n} = \frac{1}{n}$$

Có  $\lim \frac{1}{n} = 0$  nên  $\lim u_n = 0$ .

**Câu 8:** Cho dãy  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{(-1)^n \sin n^2 + \cos n}{2\sqrt[3]{n} + 1}$ . Dãy đã cho có giới hạn là

A. 1 .

**B. 0 .**

C.  $\frac{1}{4}$  .

D.  $\frac{1}{64}$  .

### Hướng dẫn giải

**Chọn B.**

**Cách 1.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } |u_n| &= \left| \frac{(-1)^n \sin n^2 + \cos n}{2\sqrt[3]{n} + 1} \right| < \left| \frac{(-1)^n \sin n^2}{2\sqrt[3]{n} + 1} \right| + \left| \frac{\cos n}{2\sqrt[3]{n} + 1} \right| = \frac{|(-1)^n \sin n^2|}{2\sqrt[3]{n} + 1} + \frac{|\cos n|}{2\sqrt[3]{n} + 1} \\ &< \frac{1}{2\sqrt[3]{n} + 1} + \frac{1}{2\sqrt[3]{n} + 1} = \frac{2}{2\sqrt[3]{n} + 1} < \frac{1}{\sqrt[3]{n}}. \end{aligned}$$

Vậy  $|u_n| < \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$  có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$ . Do đó  $\lim u_n = 0$

**Cách 2.** Sử dụng máy tính bỏ túi. Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^4$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần 0 nên chọn đáp án B.

**Câu 9:** Cho  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$  và  $b_n = \frac{1}{n}$ . Khi đó:

A.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = -\infty$ .

**B. Không tồn tại giới hạn của dãy  $\frac{a_n}{b_n}$ .**

C.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = -1$ .

D.  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$ .

### Hướng dẫn giải

**Chọn B**

**Cách 1 :**

Ta đặt:  $u_n = \frac{a_n}{b_n} = (-1)^n$ . Dãy  $-1^n$  là dãy đan dấu nên không có giới hạn.

Hoặc ta có thể chứng minh không tồn tại giới hạn bằng 2 cách sau:

**Cách 2: Phản chứng**

Giả sử tồn tại giới hạn  $\lim u_n = x \in \mathbb{R}$ . Khi đó:

$$1 = \frac{\lim u_{n+1}}{\lim u_n} = \lim \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim \frac{(-1)^{n+1}}{(-1)^n} = -1 \quad \text{: vô lý!}$$

**Cách 3: Xét 2 dãy con**

Xét hai dãy con của  $(u_n)$  là  $(u_{2n})$  và  $(u_{2n+1})$ . Ta có:

$\lim u_{2n} = \lim (-1)^{2n} = 1$  và  $\lim u_{2n+1} = \lim (-1)^{2n+1} = -1$ . Do đó, hai dãy giới hạn của  $(u_n)$  không tồn tại.

**Câu 10:** Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

A.  $\lim \frac{3+2n^3}{2n^2-n^3+1}$ .      **B.  $\lim \frac{2n^2-3}{-2n^3-4}$ .**      C.  $\lim \frac{2n-3n^2}{-2n^2-1}$ .      D.  $\lim \frac{2n^2-3n^3}{-2n^3+n^2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

**Cách 1 :**

Nhận xét : các dãy số ở các đáp án A,C,D đều có số mũ cao nhất ở tử bằng số mũ cao nhất ở mẫu.

$$\lim \frac{2n^2-3}{-2n^3-4} = \lim \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^3}}{-2 - \frac{4}{n^3}} = 0.$$

**Cách 2 :** Sử dụng máy tính bỏ túi. Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^4$ . Ấn phím  $\frac{\square}{\square}$  được kết quả rất gần 0 nên chọn đáp án B.

**Câu 11:**  $\lim \left( \frac{n^2-n}{1-2n^2} + \frac{2\sin n^2}{\sqrt{n}} \right)$  bằng

A. -1.      B. 1.      C.  $\frac{1}{2}$ .      **D.  $-\frac{1}{2}$ .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

**Cách 1 :**

Ta có:  $\lim \left( \frac{n^2-n}{1-2n^2} + \frac{2\sin n^2}{\sqrt{n}} \right) = \lim \left( \frac{1-\frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2}-2} + \frac{2\sin n^2}{\sqrt{n}} \right) = -\frac{1}{2}$ .

**Cách 2 :** Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập 250. Ấn phím  $\frac{\square}{\square}$  được kết quả rất gần  $-\frac{1}{2}$ .

Bấm CALC, nhập 251. Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần  $-\frac{1}{2}$  như hình dưới.

$$\frac{x^2 - x}{1 - 2x^2} + \frac{2\sin(x^2)}{\sqrt{x}}$$

-0.4958087483

Dựa vào các đáp án ta chọn D.

**Câu 12:** Giới hạn  $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+2}$  có giá trị bằng

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.**  $+\infty$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có:  $1+2+3+\dots+n = \frac{1+n}{2}n = \frac{n^2+n}{2}$ .

Cách 1 :

$$\Rightarrow \lim \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+2} = \lim \frac{n^2+n}{2n^2+4} = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{4}{n^2}} = \frac{1}{2}.$$

Cách 2 : Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^5$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần  $\frac{1}{2}$ .

$$\frac{x^2 + x}{2(x^2 + 2)}$$

0.5000000001

Do đó ta chọn A.

**Câu 13:**  $\lim \left( 4 + \frac{(-1)^n}{n+1} \right)$  bằng

**A.** 1.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 2.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

**Cách 1 :**

$$\lim \left( 4 + \frac{(-1)^n}{n+1} \right) = 4 + \lim \frac{(-1)^n}{n+1} = 4 \text{ vì } \left| \frac{(-1)^n}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} \text{ ta có } \left| \frac{(-1)^n}{n+1} \right| < \frac{1}{1000} \text{ kể từ số hạng}$$

$$1001 \text{ trở đi } \Rightarrow \lim \frac{(-1)^n}{n+1} = 0.$$

**Cách 2:** Sử dụng máy tính bỏ túi.



Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^{10}$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả là 4.

Calculator display:  $4 + \frac{(-1)^x}{x+1}$  = 4

**Câu 14:** Cho  $u_n = \frac{n + \sqrt{n} \sin 2n}{2n}$ , khi đó  $\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 0.

C. -1.

D. 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right) = \lim u_n - \frac{1}{2}$$

**Cách 1 :**

$$\lim \frac{n + \sqrt{n} \sin 2n}{2n} = \lim \left( \frac{1}{2} + \frac{\sin 2n}{2\sqrt{n}} \right) = \frac{1}{2} + \lim \frac{\sin 2n}{2\sqrt{n}}$$

Do  $\left| \frac{\sin 2n}{2\sqrt{n}} \right| \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$  mà  $\lim \frac{1}{2\sqrt{n}} = 0$  nên  $\lim \frac{\sin 2n}{2\sqrt{n}} = 0$ .

Vậy  $\lim \frac{n + \sqrt{n} \sin 2n}{2n} = \frac{1}{2}$ .

**Cách 2 :** Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^2$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả gần tới  $\frac{1}{2}$ .

Calculator display:  $\frac{x + \sqrt{x} \sin(2x)}{2x}$  = 0.4828989928

Bấm CALC, nhập  $10^3$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả gần tới  $\frac{1}{2}$ .

Calculator display:  $\frac{x + \sqrt{x} \sin(2x)}{2x}$  = 0.4945921867

Do đó ta chọn đáp án B.

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = (-1)^n \frac{n+1}{n^2+n-1}$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A.  $\lim u_n = 0$ .

B.  $\lim u_n = 0$  không tồn tại.

C.  $\lim u_n = -2$ .

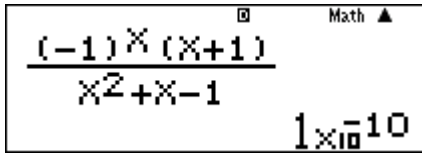
D.  $\lim u_n = 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B****Cách 1 :**

$$\text{Ta có } |u_n| = \left| (-1)^n \frac{n+1}{n^2+n-1} \right| = \frac{n+1}{n^2+n-1}.$$

$$\text{Suy ra } \lim |u_n| = \lim \frac{n+1}{n^2+n-1} = \lim \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}} = 0. \text{ Do đó } \lim u_n = 0.$$

**Cách 2 :** Sử dụng máy tính bỏ túi.Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^{10}$ . Ấn phím  $\frac{\square}{\square}$  được kết quả gần đến 0.

Do đó chọn đáp án A.

**Câu 16:** Cho  $u_n = \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$  thì  $\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 0.

C. -1.

D. 1.

**Hướng dẫn giải****Chọn B**

$$\text{Có } \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right).$$

$$\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right) = \lim \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4n+2} - \frac{1}{2} \right) = \lim \left( -\frac{1}{4n+2} \right).$$

**Cách 1 :**

$$\text{Do đó có } \lim \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = \lim \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \lim \left( -\frac{1}{4n+2} \right).$$

Có  $\left| \frac{-1}{4n+2} \right| < \frac{1}{n}$  nên có  $\left| \frac{-1}{4n+2} \right| < \frac{1}{1000}$  kể từ số hạng thứ 1001. Theo định nghĩa về dãy số có

giới hạn 0 thì  $\lim \frac{-1}{4n+2} = 0$ .

Vậy có  $\lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right) = 0$ .

**Cách 2 :**

$$\text{Có } \lim \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = \lim \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$\text{Nên } \lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right) = \lim \left( -\frac{1}{4n+2} \right) = \lim \frac{-1}{4 + \frac{2}{n}} = 0.$$

**Cách 3 :**

$$\text{Từ } \lim \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = \lim \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$\text{Nên } \lim \left( u_n - \frac{1}{2} \right) = \lim \left( -\frac{1}{4n+2} \right)$$

Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nhập vào như màn hình bên. Bấm CALC, nhập  $10^{20}$ . Ấn phím  $\square$  được kết quả rất gần đến 0.



**Câu 17:**  $\lim \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$  bằng:

**A.**  $\frac{1}{3}$

**B.** 1

**C.**  $\frac{1}{4}$

**D.**  $\frac{1}{2}$

**Câu 18:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $\frac{1}{5}$ ?

**A.**  $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+5}$

**B.**  $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$

**C.**  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5n^2}$

**D.**  $u_n = \frac{1-2n}{5n+5}$

**Câu 19:** Tìm  $\lim \frac{\sqrt{9n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$ .

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.**  $\frac{3}{2}$ .

**D.**  $\sqrt{2}$ .

**Câu 20:** Cho  $u_n = \frac{2^n + 5^n}{5^n}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng

**A.** 0

**B.**  $\frac{7}{5}$

**C.**  $\frac{2}{5}$

**D.** 1

**Câu 21:** Tính  $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n + 1}}{4n - 2}$ . Kết quả là:

**A.**  $\frac{2}{3}$

**B.**  $\frac{3}{4}$

**C.** 0

**D.** 3

**Câu 22:**  $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n+1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng:

**A.**  $+\infty$

**B.** 1

**C.** 0

**D.**  $-\infty$

**Câu 23:** Nếu  $\lim u_n = L$  ( $L \in \mathbb{R} \setminus -8$ ) thì  $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{u_n + 8}}$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 2}}$

B.  $\frac{1}{\sqrt{L + 8}}$

C.  $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 8}}$

D.  $\frac{1}{\sqrt{L + \sqrt{8}}}$

**Câu 24:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3 + 5n^2 - 7}}{\sqrt{3n^2 - n + 2}}$  là:

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $-\infty$

C.  $+\infty$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

**Câu 25:** Gọi  $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots$ . Giá trị của S bằng

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 1

**Câu 26:** Cho  $\cos x \neq \pm 1$ . Gọi  $S = 1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots$ . S có biểu thức thu gọn là:

A.  $\sin^2 x$

B.  $\cos^2 x$

C.  $\frac{1}{\cos^2 x}$

D.  $\frac{1}{\sin^2 x}$

**Câu 27:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt[3]{n^3 + 1} - n$  có giới hạn bằng:

A. -1

B. 2

C. 1

D. 0

**Câu 28:**  $\lim \left( 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$  bằng:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

**Câu 29:** Cho  $0 < |a|, |b| < 1$ . Khi đó  $\lim \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^n}{1 + b + b^2 + \dots + b^n}$  bằng:

A. 1

B. 0

C.  $\frac{b-1}{a-1}$

D.  $\frac{1+a}{1+b}$

**Câu 30:**  $\lim \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{2n^2}$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $+\infty$

D. 0

**Câu 31:** Tổng của cấp số nhân vô hạn  $\frac{1}{3}; -\frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; -\frac{1}{3^4}; \dots$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $-\frac{1}{4}$

D. 0

**Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng:

A.  $\frac{1}{3}$

B. 1.

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 33:** Giới hạn dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3n - n^4}{4n - 5}$  là .

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D. 0.

**Câu 34:**  $\lim(n - \sqrt[3]{8n^3 + 3n + 2})$  bằng .

- A.  $+\infty$ .                      **B.  $-\infty$ .**                      C.  $-1$ .                      D.  $0$ .

**Câu 35:** Chọn kết quả đúng của  $\lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n}$  ..

- A.  $5$ .                      B.  $\frac{2}{5}$ .                      C.  $-\infty$ .                      **D.  $+\infty$ .**

**Câu 36:** Giá trị đúng của  $\lim(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2})$  là .

- A.  $+\infty$ .                      **B.  $-\infty$ .**                      C.  $0$ .                      D.  $1$ .

**Câu 37:**  $\lim \sqrt[5]{200 - 3n^5 + 2n^2}$  bằng .

- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      C.  $+\infty$ .                      **D.  $-\infty$ .**

**Câu 38:**  $\lim \frac{(3n^2 - 1)(-2n^3 - 3)^4}{(-2n^4 - 1)^3}$  bằng .

- A.  $-6$ .                      B.  $6$ .                      C.  $+\infty$ .                      **D.  $-\infty$ .**

**Câu 39:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 1$ ,  $u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} - 2n + 3$  với mọi  $n \geq 2$ . Tìm giới hạn của dãy số  $(u_n)$ .

- A.  $0$ .                      **B.  $+\infty$ .**                      C.  $-\infty$ .                      D.  $1$ .

**Câu 40:**  $\lim \frac{2^n - 3^n}{2^n + 1}$  bằng .

- A.  $-\frac{3}{2}$ .                      B.  $0$ .                      **C.  $-\infty$ .**                      D.  $+\infty$ .

**Câu 41:**  $\lim \frac{-5^{n+1} - 1}{3^{n+2} + 1}$  bằng .

- A.  $-\infty$ .**                      B.  $1$ .                      C.  $0$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 42:**  $\lim \frac{5 + 5^3 + 5^5 + \dots + 5^{2n+1}}{3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{2n+3}}$  bằng .

- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      **C.  $+\infty$ .**                      D.  $-\infty$ .

## ĐÁP ÁN HÌNH

### DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

**Câu 1. Chọn A**

Số vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$  là số các chình hợp chập 2 của phần tử  $\Rightarrow$  số vectơ là  $A_4^2 = 12$ .

**Câu 2. Chọn D**

Theo định lý về tính đồng phẳng của ba vectơ chọn D

**Câu 3. Chọn A**

+ Nắm vững khái niệm ba vectơ đồng phẳng.

**Câu 4. Chọn C**

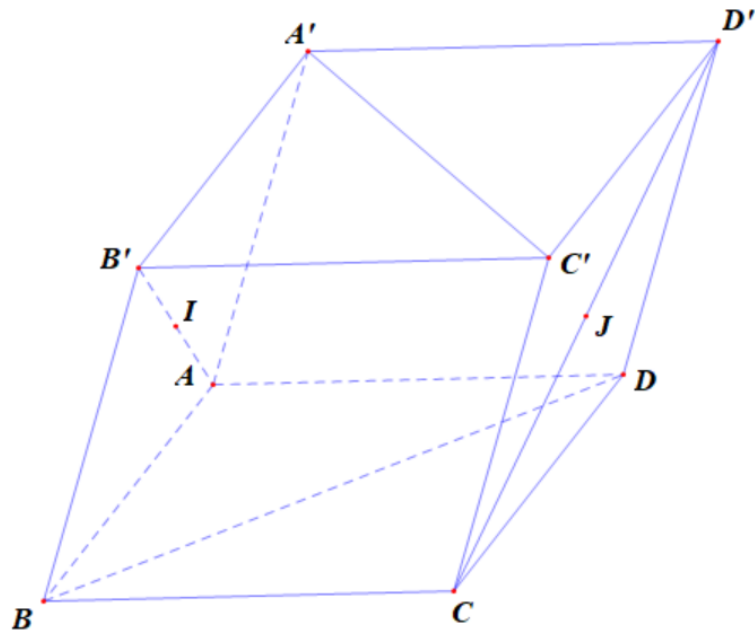
Câu A sai vì ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với cùng một mặt phẳng.  
 Câu B sai vì thiếu điều kiện 2 véctơ  $\vec{a}, \vec{b}$  không cùng phương.  
 Câu C sai vì  $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$  với  $\vec{d}$  là véctơ bất kì không phải là điều kiện để 3 véctơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.

**Câu 5. Chọn D**

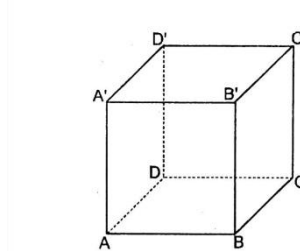
Câu D sai. Ví dụ phản chứng 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng qui tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

## DẠNG 2. ĐẲNG THỨC VÉC TƠ

**Câu 6. Chọn D**



**Câu 7. Chọn D**



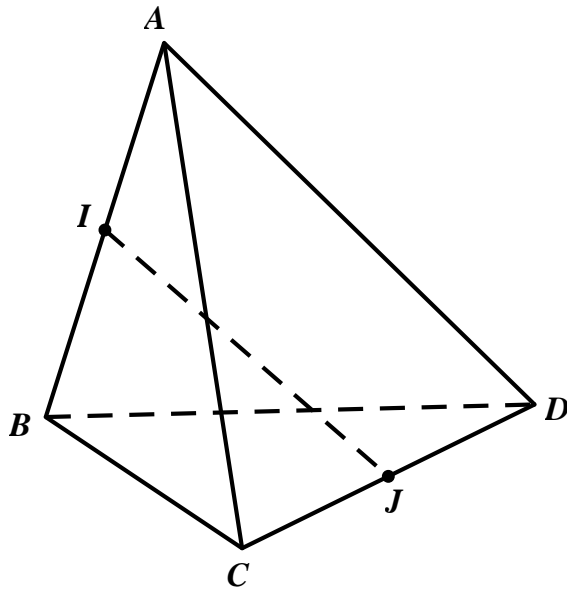
Mệnh đề sai là:  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ,  $\overline{AB}$  và  $\overline{CD}$  là hai Vectơ đối nhau.

**Câu 8. Chọn C**

Có  $G$  là trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  nên:

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overline{GA} + \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}).$$

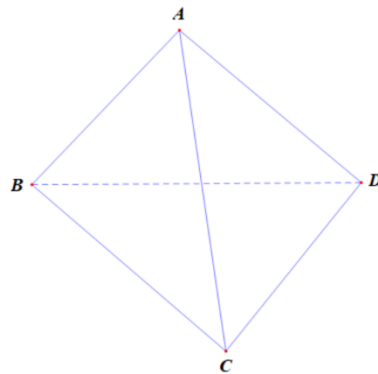
**Câu 9. Chọn D**



Ta có:  $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CD} + \vec{DC} + \vec{BC})$   
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{BC})$ .

Vậy đẳng thức **sai** là  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$ .

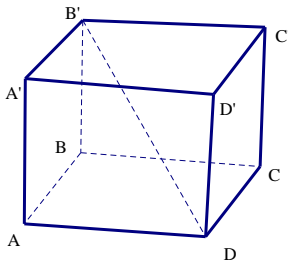
**Câu 10. Chọn C**



Có  $\begin{cases} \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB} \\ \vec{DB} - \vec{DC} = \vec{CB} \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$ .

**Câu 11. Chọn B**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$



**Câu 12. Chọn C**

$\vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD} = \vec{AA'} + \vec{AC} = \vec{AC'}$ .

**Câu 13. Chọn D**

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned}
 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\
 &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}
 \end{aligned}$$

(Vì M là trung điểm AD).

**Câu 14. Chọn C**

Ta có  $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$  (Vì ABCD là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ ).

**Câu 15. Chọn A**

Ta có  $AB // A'B' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$  là vector chỉ phương của đường thẳng AB.

**Câu 16. Chọn C**

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

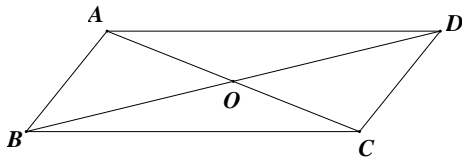
**Câu 17. Chọn A**

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

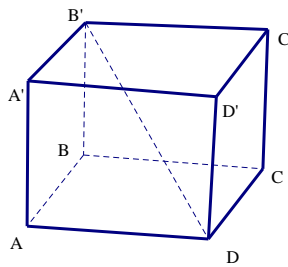
**Câu 18. Chọn D**

Ta có:  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ .

**Câu 19. Chọn B**



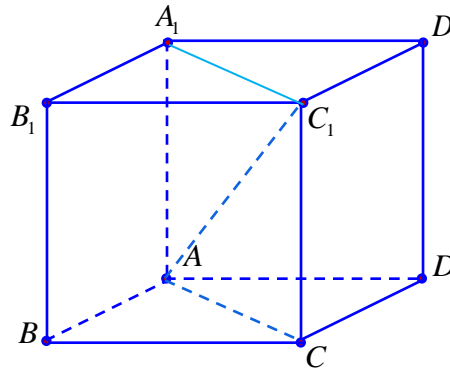
**Câu 20. Chọn A**



Đễ dàng thấy  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$ .

### DẠNG 3. PHÂN TÍCH VEC TƠ THEO CÁC VEC TƠ CHO TRƯỚC

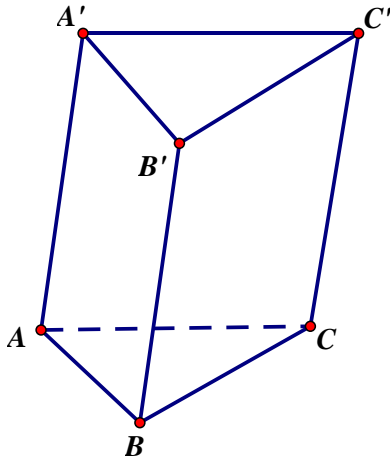
**Câu 21. Chọn D**



Ta có  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

**Câu 22**



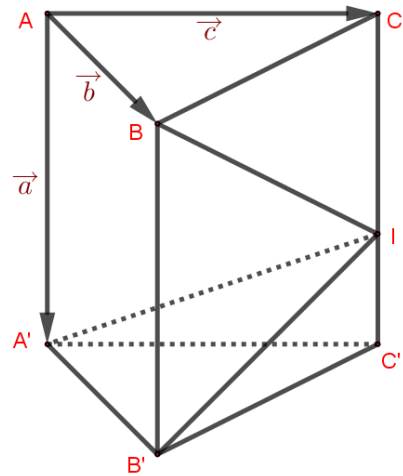


**Chọn C**

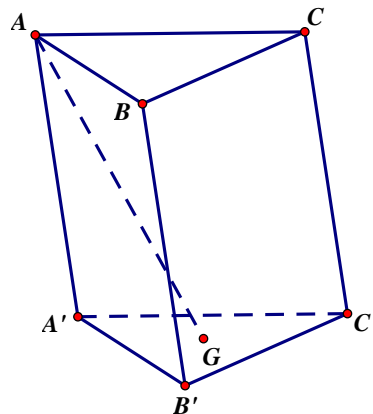
Ta có  $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$   
 $= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$   
 $= -\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  hay  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 23. Chọn A**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'A'}) + (\overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'B'}) + \overrightarrow{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= (\overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IC'}) + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{C'A'} \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} &= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right) \end{aligned}$$



**Câu 24. Chọn B**

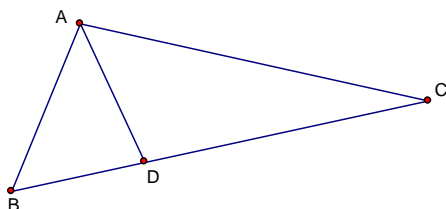


Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $A'B'C'$  nên  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'})$ .

Áp dụng quy tắc hình bình hành trong các hình bình hành  $ABB'A'$ ,  $ACC'A'$  có:

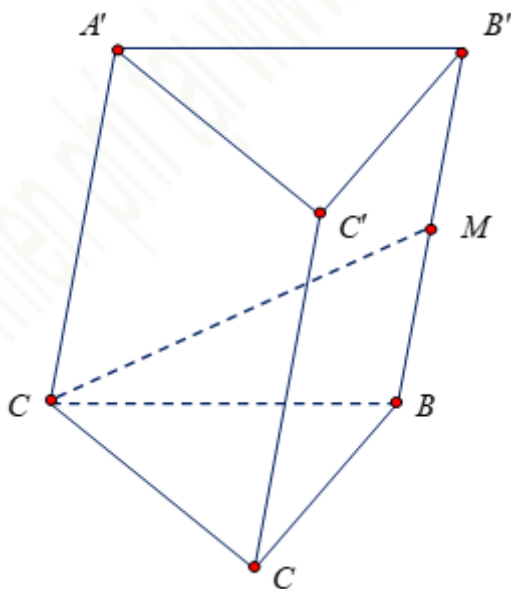
$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}.$$

**Câu 25. Chọn A**



Áp dụng tính chất đường phân giác ta có:  $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5DB = 2DC$ .

Suy ra:  $5\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AB}$ .

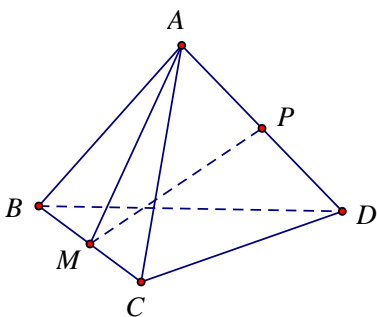


**Câu 26.**

Ta có:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB'} - \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB'} - 2\overrightarrow{CA})$ .

Theo quy tắc hình bình hành ta lại có:  $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB}$ .

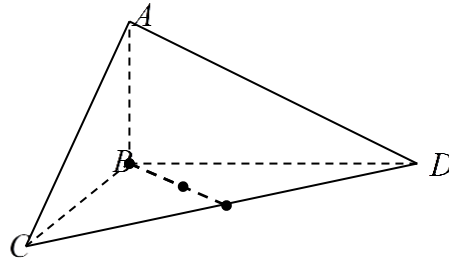
Do đó:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} - 2\overrightarrow{CA}) = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .



**Câu 27.**

Ta có:  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$ .

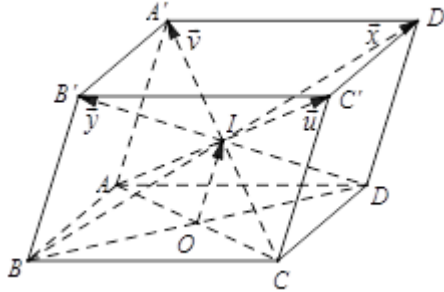
**Câu 28. Chọn C**



Ta có:  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD \Rightarrow \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

Nên  $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 3\vec{AG} \Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$ .

**Câu 29. Chọn C**



Ta phân tích:

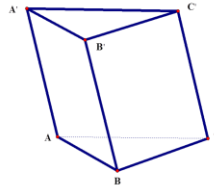
$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{AC'} + \vec{CA'} = (\vec{AC} + \vec{CC'}) + (\vec{CA} + \vec{AA'}) = 2\vec{AA'}$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{BD'} + \vec{DB'} = (\vec{BD} + \vec{DD'}) + (\vec{DB} + \vec{BB'}) = 2\vec{BB'} = 2\vec{AA'}$$

$$\Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = 4\vec{AA'} = -4\vec{A'A} = -4.2\vec{OI}$$

$$\Rightarrow 2\vec{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$$

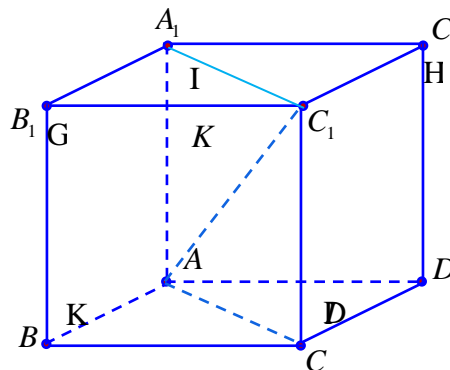
**Câu 30. Chọn D**



Ta có:  $\vec{BC'} = \vec{BA} + \vec{AC'} = -\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

#### DẠNG 4. ĐIỀU KIỆN ĐỒNG PHẪNG CỦA 3 VÉC TƠ

**Câu 31. Chọn B**



Ta có  $\vec{A_1C_1}, \vec{BD}, \vec{CA}$  cùng có giá song song hoặc nằm trong  $(ABCD) \Rightarrow A$  đúng

Ta có  $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AC}$  cùng có giá nằm trong  $(AA_1C_1C) \Rightarrow C$  đúng

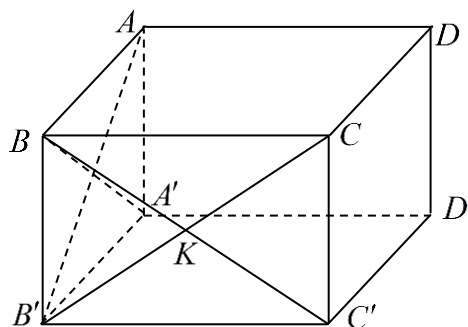
Ta có  $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$  cùng có giá song song hoặc nằm trong  $(AA_1C_1C) \Rightarrow D$  đúng

Vậy B sai.

**Câu 32. Chọn B**

Ta có 3 vectơ  $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$  đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng  $(BCD_1A_1)$ .

**Câu 33. Chọn C**

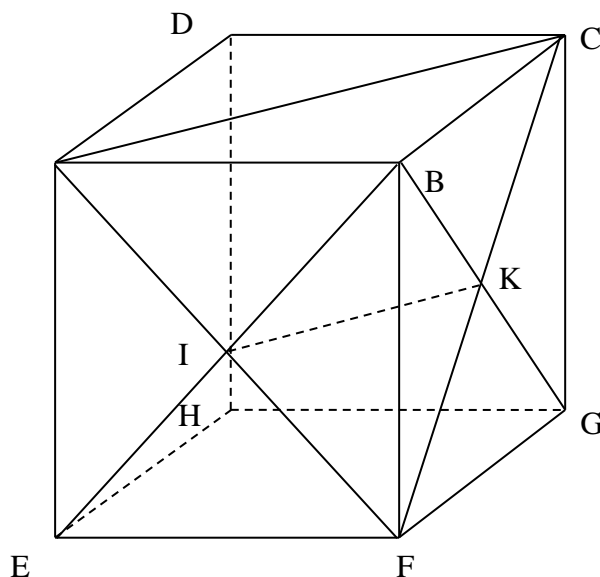


Ta có:  $BD \subset (ABCD); IK // AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow IK // (ABCD);$

$B'C' // BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow B'C' // (ABCD).$

Vậy ba vectơ  $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$  đồng phẳng.

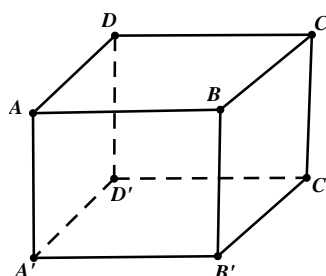
**Câu 34. Chọn D**



+  $\begin{cases} IK // (ABCD) \\ GF // (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng.

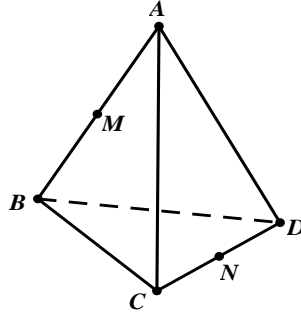
+ Các bộ vectơ ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng.

**Câu 35. Chọn A**



Để thấy  $D'C$  song song với mặt phẳng  $(ABB'A')$  nên  $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$  đồng phẳng.

**Câu 36. Chọn B**



Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})\end{aligned}$$

Vậy theo định lý về ba véc tơ đồng phẳng suy ra  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng.

**Câu 37. Chọn B**

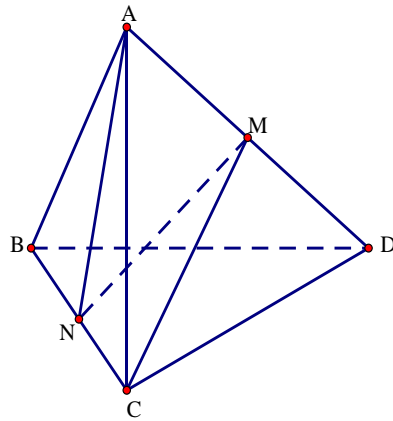
Theo giả thuyết  $m+n+p \neq 0 \Rightarrow$  tồn tại ít nhất một số khác 0.

Giả sử  $m \neq 0$ . Từ  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{n}{m}\vec{b} - \frac{p}{m}\vec{c}$ .

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng (theo định lý về sự đồng phẳng của ba véc tơ).

**Câu 38. Chọn D**

**A** Đúng vì  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ .



**B** Đúng vì từ  $N$  ta dựng véc tơ bằng véc tơ  $\overrightarrow{MN}$  thì  $\overrightarrow{MN}$  không nằm trong mặt phẳng  $(ABC)$ .

**C** Sai. Tương tự đáp án B thì  $\overrightarrow{AN}$  không nằm trong mặt phẳng  $(CMN)$ .

**D** Đúng vì  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ .

**Câu 39. Chọn A**

**A** Đúng theo định nghĩa về sự đồng phẳng của 3 véc tơ.

**B.** Đúng

**C.** Đúng vì  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB}$

Mà  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$  (vì  $I$  là trung điểm  $AB$ )  $\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$ .

**D.** Sai vì không đúng theo định nghĩa sự đồng phẳng.

**Câu 40. Chọn A**

Các véc tơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  đồng phẳng  $\Leftrightarrow \exists m, n: \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$ .

Mà:  $\vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$ .

$$\Leftrightarrow \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c} = m(3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}) + n(2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2n = 1 \\ -3m - 3n = -2 \text{ (hệ vô nghiệm)} \\ 2m - 3n = 4 \end{cases}$$

Vậy không tồn tại hai số  $m, n : \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$ .